Анализ Алгоритмов

Лабораторная работа №6

По теме “*Муравьиный алгоритм и задача коммивояжера*”

Студент: Юмаев Артур

Группа: ИУ7-55

Оглавление

[Введение 3](#_Toc27494266)

[1. Аналитическая часть 4](#_Toc27494267)

[1.1 Обзор алгоритма 4](#_Toc27494268)

[Вывод 5](#_Toc27494269)

[2. Конструкторская часть 6](#_Toc27494270)

[Вывод 7](#_Toc27494271)

[3. Технологическая часть 8](#_Toc27494272)

[Вывод 9](#_Toc27494273)

[4. Исследовательская часть 10](#_Toc27494274)

[Вывод 11](#_Toc27494275)

[Заключение 12](#_Toc27494276)

[Литература 13](#_Toc27494277)

# Введение

Данная работа посвящена решению задачи коммивояжера точным и эвристиеским методом и сравнительному анализу этих двух подходов.

Муравьиный алгоритм (алгоритм оптимизации подражанием муравьиной колонии, англ. ant colony optimization, ACO) — один из эффективных полиномиальных алгоритмов для нахождения приближённых решений задачи коммивояжёра, а также решения аналогичных задач поиска маршрутов на графах. Суть подхода заключается в анализе и использовании модели поведения муравьёв, ищущих пути от колонии к источнику питания. Первая версия алгоритма, предложенная доктором наук Марко Дориго [1-2] в 1992 году, была направлена на поиск оптимального пути в графе.

Целью данной работы является изучение способов решения задачи коммивояжера с помощью полного перебора и муравьиного алгоритма.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие задачи.

1. Изучить применение муравьиного алгоритма к задаче коммивояжера.
2. Математически описать метод полного перебора и метод решения задачи коммивояжёра на основании муравьиного алгоритма.
3. Реализовать метод полного перебора и метод решения задачи коммивояжёра на основании муравьиного алгоритма.
4. Сравнить алгоритм полного перебора и муравьиный по скорости работы.
5. Провести параметризацию муравьиного алгоритма.
6. Сделать выводы о применимости муравьиного алгоритма к решению задачи коммивояжёра.

# 1. Аналитическая часть

В данном разделе будет дано полное описание муравьиного алгоритма и его математическое описание.

## 1.1 Обзор алгоритма

Муравьи путешествуют из начальной точки в финальную, посещая все города. Они оставляют феромоны по пути назад. Также они оставляют больше феромонов на коротких дистанциях, чем на длинных и только на тех дистанциях, по которым ходят. Каждый конкретный муравей принимает решение в какой город пойти, основываясь на уровне феромонов на данном пути и дистанции до ближайшего города.

Муравей принимает решение к какому городу из списка не посещенных городов он пойдет от города *i* до города *j*, основываясь на следующей формуле.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |

где – “вес” феромонов, – величина, определяющая “жадность” алгоритма, – количество феромона на пути *i*, – длина пути до города *j*, *a* – в данном случае представляет собой множество городов, которые муравей еще не посещал, т.е. суммирование идет по городам, которых нет в множестве посещенных, так как муравью нельзя возвращаться обратно по условию.

Например, если муравей в городе 2 и доступны для посещения города 4, 7 и 8 с весом перехода в каждый:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2) |

то итоговая вероятность перехода в город 4 будет равна:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3) |

и аналогичным образом ведется расчет для других городов. Чем больше вероятность перехода на пути *i*, тем больше вероятность того, что муравей выберет путь *i*.

Таким образом муравей продолжает путешествовать в соответствии с формулой вероятности (1) пока не посетит все города и не вернется обратно. На начальном этапе количество феромона полагается константным на всех путях.

На обратном пути все муравьи оставляют за собой след из феромона на *i*-м пути, который равен:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |

где – расстояние между городом *i* и *j*.

Например, муравей путешествует по пути:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |

при этом:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (6) |

где *d* – длина ребра, тогда оставленный след из феромона будет увеличен как:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (7) |

Это исходит из того, что муравьи склонны выбирать более короткие маршруты.

Последнее, что нам нужно сделать, это учесть распад феромона. Программно это реализовывается следующим образом.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | , | (8) |

где параметр *decay* отвечает за распад феромона. Обычно он равен 0.5.

## Вывод

В данном разделе было приведено общее и математическое описание муравьиного алгоритма, приведены примеры.

# 2. Конструкторская часть

В данном разделе будет приведена схема для муравьиного алгоритма (рисунок 1).

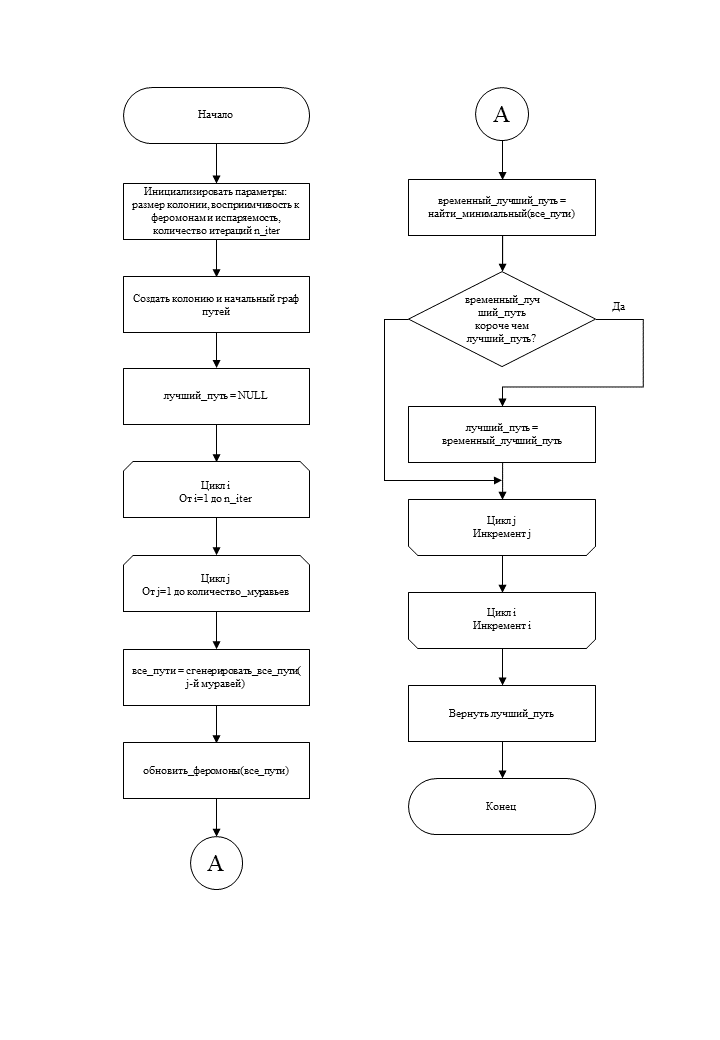


Рис. 1 – Схема муравьиного алгоритма

## Вывод

В данном разделе была приведена схема муравьиного алгоритма на псевдокоде.

# 3. Технологическая часть

В качестве языка программирования был выбран Python [3], так как имеется большой опыт работы с ним, в частности Python предоставляет быстрые и удобные средства для работы с многомерными массивами, что упрощает и ускоряет разработку. В листинге 1 представлена реализация муравьиного алгоритма.

Листинг 1. Муравьиный алгоритма в виде Python класса

|  |
| --- |
| **class** AntColony(object):  **def** \_\_init\_\_(self, distances, n\_ants, n\_best, n\_iterations,  decay, alpha=1, beta=1):self.distances = distances  self.pheromone = np.ones(self.distances.shape) / len(distances)  self.all\_inds = range(len(distances))  self.n\_ants = n\_ants  self.n\_best = n\_best  self.n\_iterations = n\_iterations  self.decay = decay  self.alpha = alpha  self.beta = beta   **def** run(self):  shortest\_path = **None** *# Массив итогового решения и длина лучшего пути* all\_time\_shortest\_path = (**"placeholder"**, np.inf)   **for** i **in** range(self.n\_iterations):  *# Генерируем все пути i-го муравья* all\_paths = self.gen\_all\_paths()  self.spread\_pheronome(all\_paths,  self.n\_best,  shortest\_path=shortest\_path)  shortest\_path = min(all\_paths, key=**lambda** x: x[1])  **if** shortest\_path[1] < all\_time\_shortest\_path[1]:  all\_time\_shortest\_path = shortest\_path  self.pheromone \* self.decay  **return** all\_time\_shortest\_path   **def** spread\_pheronome(self, all\_paths, n\_best, shortest\_path):  sorted\_paths = sorted(all\_paths, key=**lambda** x: x[1])  **for** path, dist **in** sorted\_paths[:n\_best]:  **for** move **in** path:  self.pheromone[move] += 1.0 / self.distances[move]   **def** gen\_path\_dist(self, path):  total\_dist = 0  **for** ele **in** path:  total\_dist += self.distances[ele]  **return** total\_dist   *# Генерация всех путей из начальной точки* **def** gen\_all\_paths(self):  all\_paths = []  **for** i **in** range(self.n\_ants):  path = self.gen\_path(0)  all\_paths.append((path, self.gen\_path\_dist(path)))  **return** all\_paths   **def** gen\_path(self, start):  path = []  visited = set()  visited.add(start)  prev = start  **for** i **in** range(len(self.distances) - 1):  move = self.pick\_move(self.pheromone[prev],  self.distances[prev], visited)  path.append((prev, move))  prev = move  visited.add(move)  path.append((prev, start))**return** path   **def** pick\_move(self, pheromone, dist, visited):  pheromone = np.copy(pheromone)  pheromone[list(visited)] = 0   row = pheromone \*\* self.alpha \* (( 1.0 / dist) \*\* self.beta)   nor m\_row = row / row.sum()  move = np\_choice(self.all\_inds, 1, p=norm\_row)[0]  **return** move |

## Вывод

В данном разделе была приведена реализация муравьиного алгоритма на языке программирования Python.

# 4. Исследовательская часть

Замеры времени проводились на 64-битной операционной системе Windows 10 и на x64 процессоре Inter Core i7 с 4 гб оперативной памяти для диапозона вершин графа от 1 до 10, так как на графе в 11 вершин мощности аппаратного обеспечения не хватало для решения задачи полным перебором. На момент замера времени работало в среднем 76 активных процессов.

Уже на графе с 9 вершинами видно, что решение полным перебором является неэффективным, несмотря на то, что в данном случае на количестве вершин < 9 полный перебор является более эффективным, так как меньше затраты алгоритма на память и операции.

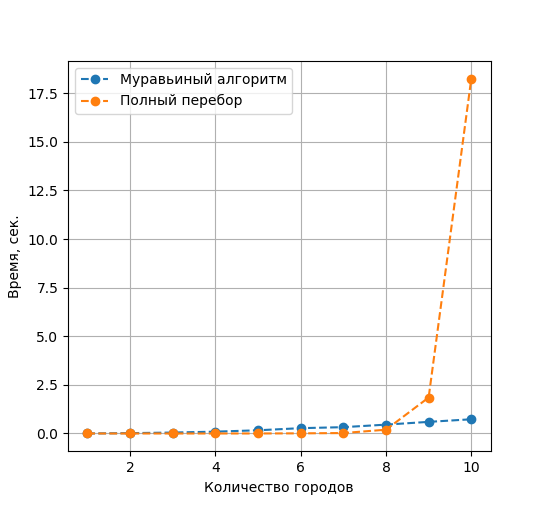


Рисунок 1. Сравнение времени работы муравьиного алгоритма с полным перебором в зависимости от количества вершин графа

Замер времени проводился с помощью стандартной библиотеки time в Python 3.7 и метода process\_time().

В качестве параметризации были такие параметры, как скорость испарения феромонов и параметр , отвечающий за то, насколько муравьи чувствительны к феромонам. Исследование проводилось на предмет сходимости алгоритма, выражающееся в количестве операций, необходимых для нахождения оптимального пути обхода всех вершин графа. Исследование проводилось на графе в 9 вершин с 9 муравьями. Матрица смежности, хранящая расстояния между вершинами в полносвязном графе, инициализировалась случайными значениями с отрезка [1,10].

Таблица 1

Параметризация по параметрам “скорость испарения” и

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Скорость испарения |  | Итераций до сходимости |
| 0.0 | 0.0 | Нет сходимости |
| 0.0 | 0.5 | 5 |
| 0.0 | 1.0 | 26 |
| 0.25 | 0.0 | Нет сходимости |
| 0.25 | 0.5 | 5 |
| 0.25 | 1.0 | 5 |
| 0.75 | 0.0 | Нет сходимости |
| 0.75 | 0.5 | 4 |
| 0.75 | 1.0 | 1 |
| 1.0 | 0.0 | Нет сходимости |
| 1.0 | 0.5 | 1 |
| 1.0 | 1.0 | 1 |

Таблица 2

Параметризация по параметрам “скорость испарения” и

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Скорость испарения |  | Итераций до сходимости |
| 0.0 | 0.0 | Нет сходимости |
| 0.0 | 0.5 | 9 |
| 0.0 | 1.0 | 38 |
| 0.25 | 0.0 | Нет сходимости |

Как видно из таблице, чем меньше скорость испарения, тем в среднем быстрее муравьи находят самый короткий путь (при этом параметр не должен обнуляться). Если муравьи сильно восприимчивы к феромонам и скорость испарения не высока, они в среднем в 9 раз быстрее находят оптимальный путь.

## Вывод

В данном разделе был проведен анализ задачи коммивояжера при решении разными способами. Опыт выявил, что при небольшом количестве городов () быстрее работает метод полного перебора, но при количестве городов больше 9, муравьиный алгоритм начинает выигрывать по времени.

# Заключение

В результате выполнения данной работы были рассмотрены подходы к решению задачи коммивояжера 2 алгоритмами: с помощью полного перебора и с помощью муравьиного алгоритма. Результаты опытов приведены в разделе 4. В целом для количества городов ( рекомендуется использовать перебор, иначе муравьиный алгоритм. Было изучено применение муравьиного алгоритма к задаче коммивояжера, был математически описан метод полного перебора и метод решения задачи коммивояжёра на основании муравьиного алгоритма, реализован метод полного перебора и метод решения задачи коммивояжёра на основании муравьиного алгоритма, приведено сравнения алгоритма полного перебора и муравьиного по скорости работы, проведена параметризация муравьиного алгоритма, сделаны выводы о применимости муравьиного алгоритма к решению задачи коммивояжёра

# Литература

[1] A. Colorni, M. Dorigo et V. Maniezzo, Distributed Optimization by Ant Colonies, actes de la première conférence européenne sur la vie artificielle, Paris, France, Elsevier Publishing, 134—142, 1991.

[2] M. Dorigo, Optimization, Learning and Natural Algorithms, PhD thesis, Politecnico di Milano, Italie, 1992.